文章编号　1004-924X(2006)02-0256-05

粒子群优化算法及其在圆柱度误差评定中的应用

崔长彩，黄富贵，张认成，李　兵
（华侨大学 机电及自动化学院，福建 泉州 362021）

摘要：提出了将粒子群优化算法用于圆柱度误差评定的设想。对算法的基本原理和实现步骤做了具体阐述，给出了圆柱度误差评定的基本问题，及其优化目标函数及算法的适应度函数和编码方式，对算法进行了可行性和准确性验算。计算结果表明，该方法对于圆柱度误差评定这类具有复杂目标函数和较多参数的非线性优化问题有很好的计算性能，优于最小二乘法；与遗传算法和其它满足最小区域条件计算方法相比，计算精度略优于前者或者与前者相当，能够获得精度较高的结果，而突出优点是简单，易于实现而且计算效率较高。

关　键　词：粒子群优化算法；圆柱度；误差评定
中图分类号：TH161.13；TP312　　**文献标识码**：A

Research on cylindricity evaluation based on the Particle Swarm Optimization (PSO)

CUI Chang-cai, HUANG Fu-gui, ZHANG Ren-cheng, Li Bing

(*College of Mechatronics and Automation*, *Huaqiao University*, *Quanzhou* 362021, *China*)

Abstract: A cylindricity evaluation approach based on the Particle Swarm Optimization (PSO) was proposed. The fundamentals and implementation techniques of PSO were discussed. The problem of cylindricity evaluation was presented and its optimization goal and variables were given. The fitness function of PSO with real number encoding of particles was also described. Taking a example for verifying the feasibility and computation precision of the approach, the computation results show that the PSO-based approach is a useful tool for solving such nonlinear optimization problems as cylindricity evaluation with complicated goal function and more parameters. It is superior to that given by the Least Square Method (LSM) and a little better than or equal to those given by GA-based method and another Minimum Zone Method (MZM). Moreover, the PSO-based approach is not only effective but also simple and easy to implement for computers.

Key words: Particle Swarm Optimization (PSO); cylindricity; error evaluation

收稿日期：2005-12-18；**修订日期**：2006-01-18.
基金项目：福建省青年科技人才创新项目资助(No. 2005J030)

1 引　言

粒子群优化算法(Particle Swarm Optimization,PSO)是由 Kenndey 博士和 Eberhart 博士[1]于 1995 年提出的。PSO 优化算法与其它演化算法相似,也是一种基于群体的优化算法,即模拟鸟群觅食的过程,其功能与遗传算法非常相似[2-4],但是其实现技术却有显著的优点:

(1)无交叉和变异运算;

(2)有记忆性;

(3)需调整的参数较少,结构简单,易于实现;

(4)采用实数编码,直接由问题的解决定;

(5)收敛速度快。

PSO 优化算法虽然起源于对简单社会系统的模拟,但后来发现 PSO 是一种很好的优化工具,在 Kenndey 和 Eberhart 之后很多学者都进行了这方面的研究。目前,PSO 已应用于函数优化,神经网络训练,模式分类,模糊系统控制以及其它遗传算法的应用领域[5-6]。

圆柱度问题在机械制造领域具有重要的意义,尤其对于精密制造业更是意义非凡。由于圆柱度,包括空间直线度问题,本身的非线性、三维优化目标函数,使得其难以直接按照定义实现最小区域评定,而一直以来采用的最小二乘法又不满足最小区域条件,往往出现对评定对象误判的结果。因此,本文提出应用粒子群优化算法实现圆柱度评定问题。

2 粒子群算法原理和基本实现步骤

2.1 算法原理

PSO 的基本概念源于对鸟群捕食行为的研究,它属于"群智能",类似于蚁群优化算法[1]。设想有这样一个场景:一群鸟在随机搜索食物。在这个区域里只有一块食物,所有的鸟都不知道事物在哪里,但是它们知道当前的位置离食物还有多远。那么找到食物的最优策略是什么呢?最简单有效的就是搜寻目前离食物最近的鸟的周围区域。

PSO 从这种模型当中得到启示,并用于解决优化问题。PSO 中,每个优化问题的解都是搜索空间中的一只鸟,称之为"粒子(Particle)"。所有的粒子都有一个由被优化的函数决定的适应度值(Fitness value),每个粒子还有一个速度(Velocity)决定它们飞翔的方向和距离,然后粒子们就追随当前的最优粒子在解空间中搜索。

PSO 初始化为一群随机粒子(随机解),然后通过迭代找到最优解。在每一次迭代中,粒子通过跟踪两个"极值"来更新自己。第一个就是粒子自己找到的最优解,这个解叫做个体极值 pBest;另一个极值是整个种群目前找到的最优解,这个极值是全局极值 gBest 。另外也可以不用整个种群而只是用其中一部分作为粒子的邻居,那么在所有的邻居中的极值就是局部极值。

设第 i 个粒子(d 是粒子的维数)表示为 $X_i=(x_{i1},x_{i2},x_{i3},\cdots,x_{id})$,它经历过的最好位置(有最好的适应值)表示为 $p\text{Best}=(p_{i1},p_{i2},p_{i3},\cdots,p_{id})$,整个种群经历过的最好位置表示为 $g\text{Best}=(p_{g1},p_{g2},p_{g3},\cdots,p_{gd})$。粒子 i 的速度用 $V_i=(v_{i1},v_{i2},v_{i3},\cdots,v_{id})$表示。对每一代个体,在找到两个最优值时,粒子根据如下的公式来更新自己的速度和新的位置:

$$v_{id}=w\times v_{id}+c_1\times \mathrm{rand}()\times(p_{id}-x_{id})+c_2\times\mathrm{rand}()\times(p_{gd}-x_{id})\ , \tag{1}$$

$$x_{id}=x_{id}+v_{id}\ , \tag{2}$$

其中,w 为惯性权重,rand()是介于(0,1)之间的随机数。c_1,c_2 是学习因子或者称为加速度系数,通常取 $c_1=c_2=2$。另外,粒子的每一维速度都会被一个最大速度 $V_{\max}$限定,如果某一维的速度更新后的速度超过用户设定的 $V_{\max}$,那么这一维的速度就被限定为 $V_{\max}$。

2.2 算法基本实现步骤

PSO 基本实现步骤主要如下所述[6]:

(1) 初始化每个粒子的起始位置和速度;

(2) 计算每一个粒子的适应度值;

(3) 对于每一个粒子,如其适应度值优于其本身经历过的最好位置 pBest,则用当前的适应度值作为其新的最好位置 pBest;

(4) 用整个粒子群中适应度值最好的个体作为新的 gBest;

(5) 对于每一个粒子,先根据方程(1)重新计算粒子的速度,然后根据方程(2)重新计算粒子的位置;

(6) 如果达到最大迭代次数或者最小准则,终止程序,否则跳转到第(2)步。

3　圆柱度误差评定问题

根据形位误差定义[7]，圆柱度误差的评定问题属于非线性优化问题，适合于 PSO 计算。圆柱度误差带如图 1 所示：

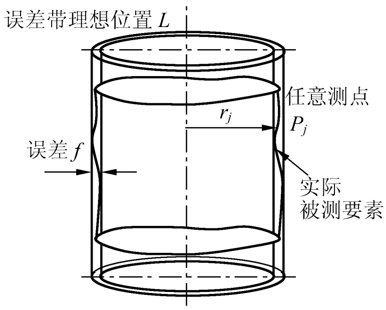

图 1　圆柱度误差示意图

Fig. 1　Illustration of cylindricity error

设误差带理想位置轴线用公式 $\frac{x-a}{l}=\frac{y-b}{m}=\frac{z}{1}$ 表示，即优化的目标，用 $L(a,b,l,m)$ 表示，优化变量为 (a,b,l,m)，设任意测点表示为 $P_j=(x_j,y_j,z_j)$，$1\leqslant j\leqslant N$，则任意测点到某一轴线 $L_k(a_k,b_k,l_k,m_k)$ 的距离表示为：

$$r_{jk}=\frac{\left\|\begin{vmatrix} i & j & k \\ x_j-a_k & y_j-b_k & z_j \\ l_k & m_k & 1 \end{vmatrix}\right\|}{\sqrt{l_k^2+m_k^2+1}}\ , \qquad (3)$$

根据最小区域条件，定义优化目标函数：

$$h(a_k,b_k,l_k,m_k)=\min_{1\leqslant k\leqslant S}\left(\max_{1\leqslant j\leqslant N} r_{jk}-\min_{1\leqslant j\leqslant N} r_{jk}\right)\ , \qquad (4)$$

其中，S 是 PSO 粒子规模，详见后叙。

PSO 解决优化问题的过程有两个重要步骤：问题解的编码和适应度函数的确定。因为 PSO 采用实数编码，所以在此就将优化目标 $L_k(a_k,b_k,l_k,m_k)$ 直接作为粒子的编码，类似于遗传算法的染色体个体，则第 k 个微粒编码为 $X_k=(a_k,b_k,l_k,m_k)$，而适应度函数就是优化目标函数，属于极小值问题，定义为：

$$f(X_k)=f(a_k,b_k,l_k,m_k)=h(a_k,b_k,l_k,m_k)\ , \qquad (5)$$

粒子编码和适应度函数确定以后，就可以按照 PSO 计算步骤进行优化计算。

4　实例计算

计算实例采用文献[8]所提供的测量数据。PSO 没有许多需要调解的参数，可以根据具体问题和经验设置这些参数：

粒子数/粒子规模 S：一般取 20-40，这里取 30；

粒子长度/维数 d：问题解的长度/变量数，这里是 4；

粒子范围：根据测点分布范围确定；

最大速度 $V_{\max}$：决定粒子在一个循环中最大的移动距离，通常设为粒子的范围宽度。

公式(1)中的惯性权重 w 根据进化阶段：初始值取为 0.9，中间值改为 0.4；

终止条件：根据最大循环数设为 50。

计算结果如表 1 和表 2 所示：其中符号含义依次是，MZM 表示文献采用最小区域法得到的计算结果，LSM 表示采用最小二乘法得到的计算结果，GA 表示文献采用遗传算法得到的计算结果。具体值如下：

表 1　实例 1 计算结果比较

Tab. 1　Result comparison of cylinder 1

	圆柱度误差(mm)	圆柱半径(mm)
MZM[8]	0.183 96	59.989 505
LSM[8]	0.211 97	60.001 193 0
GA[9]	0.183 957 4	59.989 505 5
PSO	0.183 958 9	59.989 505 7

表 2　实例 2 计算结果比较

Tab. 2　Result comparison of cylinder 2

	圆柱度误差(mm)	圆柱半径(mm)
MZM[8]	0.009 41	49.999 532 8
LSM[8]	0.010 37	49.999 911 0
GA[9]	0.009 410 5	49.999 533 4
PSO	0.009 412 2	49.999 534 2

由表可见，PSO 优化算法搜索到最优解，优于最小二乘解，其中，实例 1 精度提高 0.028 mm，而实例 2 精度提高 0.96 μm，与文献给出的最小区域解[8]或 GA 优化解[9]相当，仅仅存在近似位误差。PSO 和 GA[9]对实例 1 的迭代计算曲线如图 2 所示。

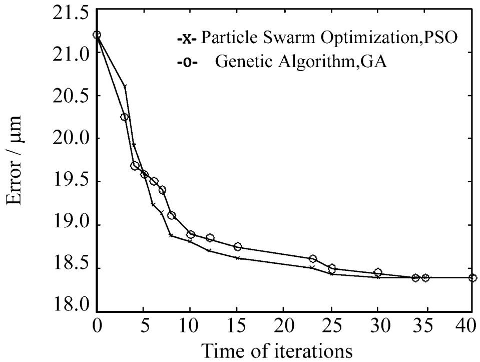

图 2　计算迭代曲线比较

Fig. 2　Run curves comparison of PSO with GA

由图可见 PSO 与 GA 具有相似的进化过程和计算结果，但是 PSO 比 GA 更快收敛，这是由于 PSO 需要调整的参数较少，而且二者的信息共享机制不同，PSO 群体的进化过程属于单项的信息流动，只有个体最优值 *p*Best 和群体最优值 *g*Best 把信息传给其它个体。

5　结　论

本文首次应用粒子群优化算法很好地解决了圆柱度误差评定这一难题，并与其它满足最小条件的计算方法作了比较。其中在文献[8]中，Carr 和 Ferreira 在公差的数学定义基础上[10]，应用坐标变换和比例变换，将非线性目标函数在一定约束条件下变换为一系列线性方程，通过循环迭代，求得圆柱度和空间直线度等形状误差，其主要问题是存在模型的近似误差以及计算较复杂。在文献[9]中，作者应用遗传算法这一进化算法也很好地解决了圆柱度误差评定问题。比较而言，遗传算法需要设置的算子较多，选择的参数较多，而且需要经验设置，不利于计算和实现。

粒子群优化算法是一种较为新颖的进化算法，类似于遗传算法，但是具有结构简单易于实现等优点。在规模和形式上它又属于群优化算法，这一点类似于蚁群算法，它可以克服个体寻优的弊端，利用群体智慧实现目标优化等任务。实例证明，PSO 优化算法搜索到最优解不仅优于最小二乘解，而且与文献给出的最小区域解[8]或 GA 优化解[9]相当。因此，对类似于圆柱度误差评定这类非线性优化，或者目标优化函数不便于表达的问题，PSO 可以发挥其优势，给出令人满意的结果，具有广泛的应用领域。

参考文献：

[1]　KENNEDY J，EBERHART R. *Particle swarm optimization*[C]. Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks (ICNN'95)[C]. *Australia* ，1995，1942-1948.

[2]　崔长彩，车仁生，罗小川，等. 基于实数编码遗传算法的平面度评定[J]. 光学 精密工程. 2002，10(1)：36-40.
CUI CH C，CHE R SH，LUO X CH，*et al*. Flatness evaluation based on real-coded genetic algorithm[J]. *Optics and Precision Engineering*. 2002，10(1)：36-40. (in Chinese)

[3]　樊叔维，张兴志. 全局优化算法—自适应模拟退火-遗传算法的研究[J]. 光学 精密工程. 1999，7(4)：16-21.
FAN SH W，ZHANG X ZH. Global optimization algorithm-study on adaptive simulation annealing-genetic algorithm[J]. *Optics and Precision Engineering*. 1999，7(4)：16-21. (in Chinese)

[4]　CHANGCAI C，RENSHENG CH，DONG Y. Precise computation of planar straightness error using genetic algorithm[J]. *Optics and Precision Engineering*. 2003，11(4)：374-378.

[5]　周家林，段正澄，邓建春，等. 基于粒子群算法的神经网络优化及其在镗孔加工中的应用[J]. 中国机械工程，2004，15(21)：1927-1929.
ZHOU J L，DUAN ZH CH，DENG J CH，*et al*. ANN trained by particle swarm optimization and its applications in boring processes[J]. *China Mechanical Engineering*，2004，15(21)：1927-1929. (in Chinese)

[6]　杨科，陈胜兵，焦永昌，等. 粒子群优化算法用于阵列天线方向图综合设计[M/OL]. http://www.lib.xidian.edu.cn/newindex/students/yangke.pdf.
YANG K，CHEN SH B，JIAO Y CH，*et al*. Particle swarm optimization in the antenna array pattern synthesis[M/OL]. http://www.lib.xidian.edu.cn/newindex/students/yangke.pdf. (in Chinese)

[7]　刘巽尔. 形状和位置公差—原理与应用[M]. 机械工业出版社，1999.
LIU S E. *Form and Position tolerance：principles and application*[M]. Machinery Industry Press，1999. (in Chi-

nese)

[8] FERREIRA C K. Verification of form tolerances, Part II: Cylindricity and straightness of a median line[J]. *Precision Engineering*, 1995, 17(2): 144-156.

[9] CHANGCAI C, RENSHENG C, DONG Y, *et al*. Research on the minimum zone cylindricity evaluation based on genetic algorithms[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*. 2003, 16(2): 167-170.

[10] American National Standard Institute(ANSI). Mathematical definition of dimensioning and tolerancing principles, ANSI standard Y14.5.1M[S]. The American Society of Mechanical Engineers (ASME), 1994.

作者简介:崔长彩(1972－),女,山东胶南人,博士,副教授,毕业于哈尔滨工业大学,主要研究方向为测控技术、优化算法理论与应用;cuichc@hqu.edu.cn

黄富贵(1966－),男,江西临川人,硕士,副教授,主要从事精密测量、机械加工与精度分析、误差理论与数据处理等方面的研究与教学工作。